ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«СЕРГИЕВО-ПОСАДСКИЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ»

141300, Московская обл., г. Сергиев Посад, ул. К. Маркса, д.3. Тел.\ факс: (496) 540-45-48

E-mail: sp1000@yandex.ru http://ФМЛ.РФ

Лицензия Министерства образования Московской обл.: 50Л01 № 0010064 от 18.10.2019 (регистрационный № 78184

# Лекция для учителей

# Решение уравнений и неравенств с модулем, содержащих параметр

Учитель высшей квалификационной категории: Маслова Галина Юрьевна

2019-2020 учебный год

***Какой теоретический материал необходимо знать, чтобы приступить к решению уравнений и неравенств с модулем и параметром?***

1.Определение модуля

2. Геометрический смысл модуля

3. Свойства модуля

4.Применение геометрического смысла модуля к решению уравнений и неравенств

5.Равносильные переходы в решении уравнений и неравенств с модулем

6.Графики функций, содержащих абсолютную величину.

# Аналитический метод решения уравнений с модулем, содержащих параметр

При использовании аналитического метода решения уравнений и неравенств с параметром используются равносильные переходы, приводящие к решению линейных и квадратных уравнений и неравенств с параметром.

**№.1**

Найти все значения параметра, при которых уравнение.

имеет более двух корней.

**Решение:**

1.При а=-1 второе уравнение совокупности имеет бесконечно много решений.Тогда, не зависимо от первого уравнения совокупность , а , следовательно, исходное урвнение, имеет более двух корней.

2.Пусть а отлично от -1.

Исходное уравнение имеет более двух корней , если уравнение (1) имеет два различных корня, отличных от 3.

Таким образом,

Ответ: при уравнение имеет более двух корней

**№.2**

Найти все значения параметра, при которых неравенство. выполняется при всех значениях переменной х.

**Решение.**

Неравенство верно при любых значениях переменной, если каждый из множителей принимает только положительные значения, т.е.

Ответ: при a<1 неравенство верно при любых значениях переменной.

# Графический метод решения уравнений с модулем, содержащих параметр

При решении уравнений и неравенств графическим методом преобразуют уравнение к виду , когда левая часть равенства задает фиксированную функцию, а правая-функцию с параметром . В результате построения получаем фиксированный график и подвижный, который располагаем так, чтобы выполнялось условие задачи.

**№3**

Найти все значения а, при каждом и которых уравнение имеет более двух корней

**Решение.**

Определим, что при *a* < 0 уравнение не имеет решений, так как левая часть не меньше нуля, а правая меньше нуля.

Определим, для каких *a* ≥ 0 графики функций имеют более двух общих точек при .

Заметим, что при всех *a* ≥ 1 уравнение имеет хотя бы один корень, не превосходящий нуль.

При уравнение имеет два решения.

При , где *m* — значение *a*, которому соответствует точка касания графика функций .

Найдем m (Для нахождения приравниваем значения функций и значения производных функций в точке касания):





Таким образом, при уравнение имеет два решения, а при больших *a* — только одно решение. Значит, — единственный промежуток, на котором уравнение имеет больше двух решений (то есть три).

**№ 4**

Найдите все значения *а*, при каждом из которых решения неравенства .



образуют отрезок длины 1.

**Решение**



Перенесем единицу:

Построим графики функций





На рисунке видно, что неравенство имеет решения только при



Решения образуют отрезок длины 1, если 

куда



Решения образуют отрезок длины 1, если 

ткуда

Ответ.

№5

Найдите все значения параметра, при которых множеством решений неравенства  является отрезок.

**Решение.**

Перепишем неравенство в виде, удобном для построения графиков:



Нарисуем эскизы графиков правой и левой части:



Из рисунка видно, что график правой части неравенства лежит выше графика левой при -1<a<5.

Заметим, что при a=1 решением кроме отрезка становится еще и точка

x=3,что противоречит условию.

При дальнейшем уменьшении a в решение будет попадать еще один отрезок с правым концом в точке x=3.

Левый конец будет сдвигаться вплоть до случая касания при котором решение снова превратится в один отрезок.



Рассмотрим случай касания:





Итак, интервал [1;1,25) не удовлетворяет условию задачи.

Ответ. 



# Использование монотонности функций при решении уравнений и неравенств с модулем и параметром

№6

Найдите все целые отрицательные значения параметра *а*, при каждом из которых существует такое действительное число b>a, что неравенство 

**не выполнено.**

**Решение.**

Решим вспомогательную противоположную задачу: найдём все a, при каждом из которых неравенство



выполнено при любом b>a.

Заметим далее, что данное неравенство равносильно неравенству



причём функция F(B) строго монотонно возрастает на множестве действительных чисел и, следовательно , первоначальное неравенство выполняется для всех b>a тогда и только тогда, когда 



то есть 

Отметим, что при полученное неравенство верно. Еслито неравенство равносильно неравенству



Таким образом, существует только одно целое отрицательное значение

a=-1, при котором условие вспомогательной задачи не выполнено. Следовательно, при значении a=-1 существует такое b>a ,что неравенство не выполнено.

Ответ .-1

# Подводим итоги

Мы рассмотрели несколько приемов в решении уравнений и неравенств с модулем, содержащих параметр. Набор уравнений и неравенств так настолько разнообразен, что каждое требует индивидуального подхода, но приемы , в основном, остаются теми же, что мы рассмотрели в данной лекции.

По