УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ
СЕРГИЕВО-ПОСАДСКОГО МУНИЦИПАЛЬНОГО РАЙОНА

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**

**«ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ»**

141300, Московская обл., г. Сергиев Посад, ул. К. Маркса, д.3. Тел.\ факс: (496) 540-45-48

E-mail: sp1000@yandex.ru http://ФМЛ.РФ

Лицензия Министерства образования Московской обл.: 50 Л 01 № 0008037 от 10.08.2016 (регистрационный № 76157)

***Основные методы решения иррациональных неравенств***

Семинар-практикум по алгебре

10 класс

Обучающие технологии:

* ИКТ
* педагогика сотрудничества
* здоровьесберегающие

Учитель: Чумичева Л.В.

2018 - 2019 учебный год

***Тема урока*** « Основные методы решений иррациональных неравенств ».

***Тип урока***: урок обобщения знаний, навыков и умений с применением ИКТ.

***Цели урока***:

1) обобщение навыков и умений решения иррациональных неравенств,

используя основные схемы;

2) применение знаний, полученных при изучении данной темы в решении более сложных задачах;

3) подготовка к проверочной работе;

4) развитие навыков работы в коллективе, умений излагать изученный

материал.

***Обучающие технологии:***

* ИКТ
* педагогика сотрудничества
* здоровьесберегающие

**ХОД УРОКА.**

**I. Повторение теоретического материала.**

Устный опрос (ответы учащихся дублируются учителем на интерактивной доске при помощи заранее приготовленной презентации).

Повторение основных схем решения иррациональных неравенств.

**Основные схемы решения иррациональных неравенств**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. $\sqrt{f\left(x\right)}>g\left(x\right)⇔ \left[\begin{array}{c}\left\{\begin{array}{c}g\left(x\right)<0\\f\left(x\right)\geq 0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{c}g(x)\geq 0\\f(x)>g^{2}(x)\end{array}\right.\end{array}\right.$
 | 1. $\sqrt{f\left(x\right)}\geq g\left(x\right)⇔ \left[\begin{array}{c}\left\{\begin{array}{c}g\left(x\right)<0\\f\left(x\right)\geq 0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{c}g(x)\geq 0\\f(x)\geq g^{2}(x)\end{array}\right.\end{array}\right.$
 |
| 1. $\sqrt{f\left(x\right)}<g\left(x\right)⇔\left\{\begin{array}{c}g(x)>0\\f(x)<g^{2}(x)\\f(x)\geq 0\end{array}\right.$
 | 1. $\sqrt{f\left(x\right)}\leq g\left(x\right)⇔\left\{\begin{array}{c}g(x)\geq 0\\f(x)\leq g^{2}(x)\\f(x)\geq 0\end{array}\right.$
 |
| 1. $\sqrt{f\left(x\right)}>\sqrt{g(x)}⇔\left\{\begin{array}{c}f(x)>g(x)\\g(x)\geq 0\end{array}\right.$
 | 1. $\sqrt{f\left(x\right)}\leq \sqrt{g\left(x\right)}⇔ \left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)\leq g\left(x\right)\\f\left(x\right)\geq 0\end{array}\right.$
 |

**II. Решение упражнений.**

**Неравенства, решающиеся с помощью основных схем**

Примеры №1 и №2 выполняются на доске двумя учащимися; пример №3 выполняется учащимися самостоятельно; затем решения обсуждаются.

**Пример 1:** Решите неравенство $\sqrt{x^{2}-2x-3}>x-2$

Решение: $\sqrt{x^{2}-2x-3}>x-2 ⟺ \left[\begin{array}{c}\left\{\begin{array}{c}x-2<0\\x^{2}-2x-3\geq 0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{c}x-2\geq 0\\x^{2}-2x-3>x^{2}-4x+4\end{array}\right.\end{array} ⇔ \right.$

$$⇔\left[\begin{array}{c}\left\{\begin{array}{c}x<2\\\left(x-3\right)(x+1)\geq 0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{c}x\geq 2\\2x>7\end{array}\right.\end{array}\right.⇔\left[\begin{array}{c}x\leq -1\\x>3,5\end{array}\right.$$

 Ответ. $(-\infty ; \left.-1\right]∪\left(3,5;+\infty \right).$

**Пример 2:** Решите неравенство$\sqrt{x^{2}+4x-5}<10-2x$ .

Решение: $\sqrt{x^{2}+4x-5}<10-2x ⇔ \left\{\begin{array}{c}10-2x>0\\x^{2}+4x-5\geq 0\\x^{2}+4x-5<4x^{2}-40x+100\end{array}⇔\right.$

$$⟺ \left\{\begin{array}{c}x<5\\\left(x+5\right)\left(x-1\right)\geq 0\\3x^{2}-44x+105>0\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}x<5\\\left[\begin{array}{c}x\leq -5\\x\geq 1\end{array}\right.\\3\left(x-\frac{35}{3}\right)\left(x-3\right)>0\end{array}\right.⇔\left[\begin{array}{c}x<-5\\1\leq x<3\end{array}\right.$$

Ответ. $(-\infty ; \left.-5\right]∪\left[1;3).\right.$

**Пример 3:** Решите неравенство $\sqrt{2x+1}\leq \sqrt{x^{3}-4x^{2}+x+5}$

Решение: $\sqrt{2x+1}\leq \sqrt{x^{3}-4x^{2}+x+5} ⇔ \left\{\begin{array}{c}2x+1\leq x^{3}-4x^{2}+x+5\\2x+1\geq 0\end{array}\right. ⇔$

$$⇔\left\{\begin{array}{c}x^{3}-4x^{2}-x+4\geq 0\\2x\geq -1\end{array}\right.⇔ \left\{\begin{array}{c}(x-1)(x+1)(x-4)\geq 0\\x\geq -\frac{1}{2}\end{array}\right.⇔ \left[\begin{array}{c}-\frac{1}{2}\leq x\leq 1\\x\geq 4.\end{array}\right.$$

Ответ. $\left[-\frac{1}{2};\left.1\right]∪\left[4; +\infty ).\right.\right.$

**Неравенства, содержащие несколько корней чётной степени**

У доски работает учащийся.

**Пример 4:** Решить неравенство 

**Решение:** Найдём ОДЗ: -3

Исходное неравенство перепишем в виде , что обеспечивает неотрицательность обеих частей неравенства.

 Возведём обе части неравенства в квадрат:

; 2 – *х* 4+*х* + 2+*х*+3

После преобразований получим неравенство вида *g(x).*

2-3х–5.





**Ответ:**$\left[\frac{-1-2\sqrt{29}}{5}\right.;\left.\infty \right)$.

**Метод замены переменной**

 В некоторых случаях полезно упростить решение неравенства, сделав замену переменной.

У доски работает учащийся.

**Пример 5:** Решить неравенство 

**Решение:** Найдём ОДЗ исходного неравенства 

Учитывая ОДЗ, решим неравенство.

Введём переменную t = 3х+5х +2.

Исходное неравенство примет вид 

Найдём ОДЗ полученного неравенства: t.

Перепишем неравенство в виде  и возведём обе части неравенства в квадрат (можно возвести в квадрат, т.к. обе части неравенство неотрицательны при t):

t + 5 >1 + 2+ t 2<4 t<4, что удовлетворяет условию t.

Перейдём к обратной замене: 3х+5х +2 < 4 +5x – 2 < 0 . Это квадратное неравенство. Легко решить стандартными методами: или разложением на множители и составлением совокупности систем неравенств, или методом интервалов.

Решение полученного квадратного неравенства $-2<x<\frac{1}{3}$.

**Ответ:**$\left(-2;\left.-1\right]∪\right.\left[-\frac{2}{3};\left.\frac{1}{3}\right)\right.$

**Использование преобразований подкоренного выражения в иррациональных неравенствах**

Умелое использование выделения из алгебраического выражения полный квадрат позволяет намного упростить решение сложного, на первый взгляд, неравенства.

*(Полный квадрат )*

У доски работает учащийся.

**Пример 6:** Решить неравенство $\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}\leq 1$

Решение: $\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}\leq 1 $

Пусть $\sqrt{x-4}=t;x=t^{2}+4$

$$\sqrt{t^{2}-2t+1}+\sqrt{t^{2}-4t+4}\leq 1 ⇔ \left|t-1\right|+\left|t-2\right|\leq 1⇔1\leq t\leq 2$$

$$1\leq \sqrt{x-4}\leq 2 ⇔1\leq x-4\leq 4 ⇔5\leq x\leq 8.$$

Ответ. $\left[5;8\right].$

**Метод интервалов.**

Выполняется учителем.

**Пример 7:** Решите неравенство .

**Решение:**

1. Решим первую систему. Уравнение 4 имеет корни х = -1 и х = 5. При таких х sin.
2. 4при .

Рассмотрим функцию f(x)= на;

y=ctg xопределён при *х*.

Преобразуем правую часть функции ctg х.

Т.о. f(x) = , где . Найдём нули функции: .

1) При *l*=0 , а при *l*

2) При m=1 , при m

3) При k=0 , , при 

-

-

-

+

+

-1

0







5

Рассмотрим знаки функции f(x) на промежутках. Получим ответ.

**Ответ:** 0<*x*= -1; *x*=5.

Примеры №8; №9 и №10 выполняются учащимися самостоятельно с дальнейшей проверкой на интерактивной доске.

**Пример 8:** Решить неравенство $(3x^{2}-16x+21)\sqrt{2x+5}\leq 0$

**Ответ**: $\left[-2,5;\left.2\frac{1}{3}\right]∪\left[3;\left.+\infty \right).\right.\right.$

**Пример 9:**Решить неравенство:$\frac{\sqrt{12-x-x^{2}}}{2x-7}\leq \frac{\sqrt{12-x-x^{2}}}{x-5}$

**Решение:** Преобразуем данное неравенство: .

Рассмотрим функцию

у = . Найдём область определения функции: .

 Нули функции: -4, 2, 3.

Решение исходного неравенства .

**Ответ**:$\left\{-4\right\}∪\left[2;\left.3\right].\right.$

**Пример 10:** Решить неравенство .

**Решение:** Найдём ОДЗ неравенства: 3> 0 . На этом множестве исходное неравенство равносильно неравенству

(2*х* + 1) (6*х* – 15-.

Решим полученное неравенство методом интервалов: рассмотрим функцию у(*х*) = (2*х* + 1) (6*х* – 15-. Нули функции: *х* = -0,5 и *х* = 3. На каждом из интервалов (-функция у=у(*х*) непрерывна и не обращается в нуль. Следовательно, на каждом из них она сохраняет постоянный знак

(определите самостоятельно).

**Ответ:**

**Самоанализ урока**

В ходе проведенного урока установлено, что учащиеся класса хорошо усвоили алгоритм решения иррациональных неравенств; свободно владеют основными схемами и методами, умеют излагать изученный материал, используя научную терминологию; умеют выслушивать чужое мнение, спорить и обоснованно отстаивать свое мнение; хорошо работают в коллективе.

Данный урок-семинар является уроком развития и формирования навыков и умений. Урок проведен с использованием мультимедийных средств обучения. Урок носит обобщающий характер по теме: «Основные методы решения иррациональных неравенств».

 Учащиеся свободно владеют изученным материалом, умеют математически грамотно излагать свои мысли.

В ходе урока можно выделить четыре основные части:

-повторение основных схем решения иррациональных неравенств;

-решение не сложных задач, включающих в себя основные моменты изученного материала;

-решение сложных задач с помощью объяснений учителя;

-самостоятельная работа учащихся.

Наибольшую активность ребята проявили на первых двух этапах урока. Было показано хорошее знание основных схем и методов решения иррациональных неравенств. На заключительной части урока учащиеся хорошо справились с самостоятельной работой.