УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ
СЕРГИЕВО-ПОСАДСКОГО МУНИЦИПАЛЬНОГО РАЙОНА

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**

**«ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ»**

**Консультация для учителей района.**

**«Столкновения тел. Задачи ЕГЭ»**

Учитель физики МБОУ ФМЛ Русаков А. В.

Разберем несколько задач, связанных с упругими и неупругими столкновениями тел. Все задачи взяты из реальных вариантов ЕГЭ прошлых лет (уровень С).

**1**. Кусок пла­сти­ли­на сталкивается со сколь­зя­щим навстречу по го­ри­зон­таль­ной поверхности стола брус­ком и при­ли­па­ет к нему. Ско­ро­сти пластилина и брус­ка перед уда­ром направлены вза­им­но противоположно и равны 15 м/с и 5 м/с. Масса брус­ка в 4 раза боль­ше массы пластилина. Ко­эф­фи­ци­ент трения сколь­же­ния между брус­ком и сто­лом 0,17. На какое рас­сто­я­ние переместятся слип­ши­е­ся брусок с пла­сти­ли­ном к моменту, когда их ско­рость уменьшится в 2 раза?

**Решение.**

Пусть *m* — масса куска пластилина, *M* — масса бруска, v0 — на­чаль­ная скорость брус­ка с пла­сти­ли­ном после взаимодействия. Со­глас­но закону со­хра­не­ния импульса: $mv\_{1}-Mv\_{2}=(m+M)v\_{0}$.

Так как M = 4m и v1 = 3v2, то v0 = v1/15.

По усло­вию конечная ско­рость бруска с пла­сти­ли­ном v = 0,5v0.

По за­ко­ну сохранения и из­ме­не­ния механической энергии:

$$\frac{(m+M)v\_{0}^{2}}{2}=\frac{(m+M)v^{2}}{2}+μ\left(m+M\right)gS$$

откуда:

Ответ: ≈ 0,22 м.

**2**. Брусок мас­сой 500 г со­скаль­зы­ва­ет по на­клон­ной плоскости с вы­со­ты *h* и, дви­га­ясь по го­ри­зон­таль­ной поверхности, стал­ки­ва­ет­ся с не­по­движ­ным бруском мас­сой 300 г. В ре­зуль­та­те абсолютно не­упру­го­го соударения общая ки­не­ти­че­ская энергия брус­ков становится рав­ной 2,5 Дж. Опре­де­ли­те высоту на­клон­ной плоскости *h*. Тре­ни­ем при дви­же­нии пренебречь. Считать, что на­клон­ная плоскость плав­но переходит в горизонтальную.

**Решение.**

Кинетическая энер­гия брусков после столк­но­ве­ния равна

$$E=\frac{(m\_{1}+m\_{2})v^{2}}{2}$$

где v — ско­рость системы после удара. Запишем за­ко­н сохранения им­пуль­са на го­ри­зон­таль­ном участке:

$$m\_{1}v\_{1}=\left(m\_{1}+m\_{2}\right)v$$

где v1 — скорость первого бруска в момент перед столкновением. Ис­клю­чаяизэтих уравнений ско­рость v получим:

$$E=\frac{(m\_{1}+m\_{2})v^{2}}{2}=\frac{m\_{1}+m\_{2}}{2}·\left(\frac{m\_{1}v\_{1}}{m\_{1}+m\_{2}}\right)^{2}$$

Кинетическая энер­гия первого брус­ка перед столк­но­ве­ни­ем определяется из за­ко­на сохранения ме­ха­ни­че­ской энергии при сколь­же­нии по на­клон­ной плоскости: $\frac{m\_{1}v\_{1}^{2}}{2}=m\_{1}gh$.

Следовательно, получаем:

$$h=\frac{E(m\_{1}+m\_{2})}{gm\_{1}^{2}}$$

Ответ: 0,8 м

**3**. На глад­кой го­ри­зон­таль­ной плос­ко­сти на­хо­дят­ся две оди­на­ко­вые иде­аль­но упру­гие глад­кие шайбы. Одна из них дви­жет­ся со ско­ро­стью, рав­ной по мо­ду­лю 3 м/с, а дру­гая по­ко­ит­ся вб­ли­зи пря­мой линии, проведённой через центр пер­вой шайбы в на­прав­ле­нии её скорости. Шайбы сталкиваются, и после со­уда­ре­ния вторая, пер­во­на­чаль­но по­ко­ив­ша­я­ся шайба от­ска­ки­ва­ет под углом α = 30° к этой линии. Най­ди­те ско­рость пер­вой шайбы после столкновения.

**Решение.**

Возможное решение:

При иде­аль­но упру­гом столк­но­ве­нии шайб со­хра­ня­ют­ся их им­пульс и ки­не­ти­че­ская энергия. По­сколь­ку шайбы одинаковые, эти за­ко­ны со­хра­не­ния имеют сле­ду­ю­щий вид:

$$m\vec{v}=m\vec{v\_{1}}+m\vec{v\_{2}}$$

$$\frac{mv^{2}}{2}=\frac{mv\_{1}^{2}}{2}+\frac{mv\_{2}^{2}}{2}$$

где $\vec{v\_{2}}$ — ско­рость вто­рой шайбы после столкновения. По тео­ре­ме Пи­фа­го­ра от­сю­да следует, что век­то­ры $\vec{v\_{1}}$ и $\vec{v\_{2}}$ вза­им­но перпендикулярны, и пер­вая шайба после столк­но­ве­ния от­ска­ки­ва­ет под углом 60⁰ к линии сво­е­го пер­во­на­чаль­но­го движения.

Из пер­во­го урав­не­ния с учётом усло­вия за­да­чи следует, что про­ек­ция им­пуль­са си­сте­мы из двух шайб на направление, пер­пен­ди­ку­ляр­ное линии пер­во­на­чаль­но­го дви­же­ния пер­вой шайбы, равна нулю:

$$v\_{1}\sin(30⁰)=v\_{2}\sin(60⁰)$$

Откуда

$$v\_{2}=v\_{1}\sqrt{3}$$

Тогда из вто­ро­го урав­не­ния получаем, что

$$v^{2}=4v\_{1}^{2} ⇒ v\_{1}={v}/{2}$$

Ответ: Ско­рость пер­вой шайбы равна по мо­ду­лю 1,5 м/с и на­прав­ле­на под углом 60⁰, от­счи­тан­ным от линии пер­во­на­чаль­но­го движения, в дру­гую сто­ро­ну по от­но­ше­нию к углу от­ско­ка вто­рой шайбы.

**4**. Шар, мас­сой *m*1 дви­жу­щий­ся со ско­ро­стью *v*1 уда­ря­ет­ся о дру­гой шар, мас­сой *m*2. Со­уда­ре­ние неупругое. Сразу после удара ско­рость шаров равна *v*. Най­ди­те ве­ли­чи­ну энер­гии Δ*U*, вы­де­лив­шу­ю­ся при соударении.

**Решение.**

По закону сохранения импульса:

$$m\_{1}v\_{1}+m\_{2}v\_{2}=\left(m\_{1}+m\_{2}\right)v$$

Откуда

$$v\_{2}=\frac{\left(m\_{1}+m\_{2}\right)v-m\_{1}v\_{1}}{m\_{2}}$$

Суммарная энер­гия шаров до со­уда­ре­ния равна сумме их ки­не­ти­че­ских энергий:

$$E\_{1}=\frac{m\_{1}v\_{1}^{2}}{2}+\frac{m\_{2}v\_{2}^{2}}{2}$$

После со­уда­ре­ния кинетическая энер­гия системы равна

$$E\_{2}=\frac{\left(m\_{1}+m\_{2}\right)v^{2}}{2}$$

  Из за­ко­на сохранения энергии, ве­ли­чи­на энергии, вы­де­лив­шей­ся при со­уда­ре­нии равна

$$ΔU=E\_{1}-E\_{2}=\frac{m\_{1}v\_{1}^{2}}{2}+\frac{m\_{2}v\_{2}^{2}}{2}-\frac{\left(m\_{1}+m\_{2}\right)v^{2}}{2}$$

Подставив сюда выражение для v2, после преобразований получаем ответ:

$$ΔU=\frac{m\_{1}\left(m\_{1}+m\_{2}\right)\left(v-v\_{1}\right)^{2}}{2m\_{2}}$$

**5**. По глад­кой го­ри­зон­таль­ной плос­ко­сти сколь­зит шарик мас­сой *m* = 2 кг со ско­ро­стью *v* = 2 м/с. Он ис­пы­ты­ва­ет ло­бо­вое аб­со­лют­но упру­гое столк­но­ве­ние с дру­гим ша­ри­ком мас­сой *M* = 2,5 кг, ко­то­рый до столк­но­ве­ния по­ко­ил­ся (см. рис.). После этого вто­рой шарик уда­ря­ет­ся о мас­сив­ный кусок пластилина, при­кле­ен­но­го к плоскости, и при­ли­па­ет к нему. Най­ди­те мо­дуль импульса, ко­то­рый вто­рой шарик пе­ре­дал куску пластилина.

**Решение.**

При аб­со­лют­но упру­гом ло­бо­вом ударе ша­ри­ков со­хра­ня­ют­ся про­ек­ция им­пуль­са на на­прав­ле­ние дви­же­ния пер­во­го ша­ри­ка и ки­не­ти­че­ская энер­гия системы:

$$mv=-mv\_{1}+MV; \frac{mv^{2}}{2}=\frac{mv\_{1}^{2}}{2}+\frac{MV^{2}}{2}$$

где v1 и V — ско­ро­сти пер­во­го и вто­ро­го ша­ри­ков после столкновения. Из на­пи­сан­ных урав­не­ний получаем:

$$v\_{1}=\frac{M}{m}V-v$$

$$V=\frac{2mv}{m+M}$$

от­ку­да мо­дуль им­пуль­са вто­ро­го ша­ри­ка после столк­но­ве­ния равен

$$E=\frac{MV^{2}}{2}=\frac{2Mm^{2}v^{2}}{\left(m+M\right)^{2}}$$

После при­ли­па­ния к не­по­движ­но­му куску пла­сти­ли­на вто­ро­го ша­ри­ка он передаёт весь свой им­пульс пла­сти­ли­ну и останавливается. По­это­му ис­ко­мый мо­дуль импульса, пе­ре­дан­но­го вто­рым ша­ри­ком куску пластилина, равен

Ответ: ≈ 11,1 Дж

**6**. В системе, изображённой на рисунке, масса ле­во­го груза, ле­жа­ще­го на глад­кой го­ри­зон­таль­ной плоскости, равна *m* = 2 кг. Масса пра­во­го груза, сколь­зя­ще­го по плос­ко­сти со ско­ро­стью *V* = 2 м/с, равна *M* = 3 кг. Грузы со­еди­не­ны не­упру­гим не­ве­со­мым не­на­тя­ну­тым вна­ча­ле шнуром, таким, что после его на­тя­же­ния ско­ро­сти гру­зов выравниваются. Какое ко­ли­че­ство теп­ло­ты *Q* вы­де­лит­ся в си­сте­ме в ре­зуль­та­те этого вы­рав­ни­ва­ния ско­ро­стей грузов?

**Решение.**

В го­ри­зон­таль­ном на­прав­ле­нии си­сте­ма тел не под­вер­га­ет­ся дей­ствию внеш­них сил, и по за­ко­ну со­хра­не­ния им­пуль­са сум­мар­ная го­ри­зон­таль­ная про­ек­ция им­пуль­са тел си­сте­мы сохраняется: $MV=\left(m+M\right)v$, где *v* — скорость си­сте­мы после вы­рав­ни­ва­ния ско­ро­стей тел в ре­зуль­та­те их не­упру­го­го вза­и­мо­дей­ствия через шнур.

Количество теп­ло­ты *Q*, ко­то­рое вы­де­лит­ся в си­сте­ме в про­цес­се вы­рав­ни­ва­ния ско­ро­стей тел, равно раз­но­сти ки­не­ти­че­ских энер­гий тел си­сте­мы до и после их взаимодействия:

$$Q=\frac{MV^{2}}{2}-\frac{\left(m+M\right)v^{2}}{2}=\frac{MV^{2}}{2}-\frac{\left(m+M\right)M^{2}V^{2}}{2\left(m+M\right)^{2}}$$

Ответ: 2,4 Дж