Управление образования

Администрация Сергиево-Посадского района

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Физико-математический лицей»

**Медиана треугольника**

Лекционно-семинарское занятие

 с использованием

мультимедийных средств обучения

9 класс

Учитель: Гавриленко Г.Ю.

2018-2019 учебный год

**Медиана треугольника.**

**Тема**: Медиана треугольника.

**Тип урока:** лекция - семинар.

**Вид урока:** урок формирования умений и навыков, применения теоремы косинусов, ее следствий при решении задач и доказательства теорем.

**Цели урока:**

* *Образовательные:*
1. *Совершенствовать навыки решения задач с использованием теоремы косинусов и ее следствий.*
2. *Вывести формулу о медиане треугольника и показать ееприменение при решении задач.*
3. *Ознакомить учащихся с методом дополнительных построений (удвоение медианы) при выводе формул и при решении задач.*
4. *Создать условияконтроля (самоконтроля) усвоения знаний и умений.*
* *Развивающие:*
1. *Формирование и совершенствование умений обобщать путем сравнения, постановка и решение проблем, рассуждение по аналогии, оперирование уже знакомыми геометрическими понятиями и фактами.*
2. *Развивать психологические характеристики личности учащихся: выдвижению гипотез, формированию проблем.*
* *Воспитательные:*
1. *Воспитывать культуру устной и письменной математической речи.*
2. *Воспитывать умение слушать друг друга и учителя.*

**Обучающие технологии:**

* ИКТ
* развивающее обучение
* здоровьесберегающие

**Ход урока:**

1. ***Организационный момент***.

Приветствие.

В математике следует помнить не формулы, а процессы мышления.

В. П. Ермаков (Российский математик и механик, член-корреспондент Петербургской академии наук, с 1899 года заслуженный профессор)

Сегодня мы с вами продолжим работу по теме: «Теорема косинусов». Используя метод дополнительного построения, выведем формулы для вычисления медиан треугольника через стороны и стороны треугольника через медианы и применим их при решении задач.

1. ***Вывод формулы вычисления медианы треугольника, если известны все его стороны.***

Пусть дан треугольник ∆ΑBC с соответствующими сторонами a, b, c.Найдите медиану BΕтреугольника ∆АВС. Отложим отрезок ΕD на продолжении медианы ВΕ, равный ВΕ. Соединим точки А, Ε и С. Получившийся четырехугольник параллелограмм по признаку (диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам). Применим следствие из теоремы косинусов для параллелограмма:

AC2+BD2=2AB2+2BC2

Значит, (2mb)2+ b2=2с2+2a2 или4mb2=2с2+2а2- b2

$$m\_{b}=\frac{1}{2}\sqrt{2с^{2}+2a^{2}-b^{2}}$$

Запишем аналогичные формулы для других медиан треугольника:

$$m\_{a}=\frac{1}{2}\sqrt{2с^{2}+2b^{2}-a^{2}}$$

$$m\_{c}=\frac{1}{2}\sqrt{2b^{2}+2a^{2}-c^{2}}$$

Используя формулы, запишите решение следующих задачсамостоятельно.

Учитель проходит и контролирует решение учащихся

1. В треугольнике ∆ΑBC известны стороны ΑB=3, BC=4, ΑC=6. Найдите длину медианы ΑF.

Решение:

4ΑF2=2AB2+2AC2-BC2

4ΑF2=18+72-16=74

$$AF=\sqrt{18,5}$$

Ответ: $\sqrt{18,5}$

1. В треугольнике ∆ΑBC известны стороны ΑB=27, BC=29. Найдите длину третьей стороны, если медиана, проведенная к ней равна BD=26.

Решение:

4BD2=2AB2+2BC2-AC2

4$∙$262=2$∙27^{2}+2∙29^{2}-AC^{2}$

$$AC=2\sqrt{109}$$

Ответ: $2\sqrt{109}$

1. Решение задачи на доске.

Длины двух сторон треугольника равны 6 и 8. Медианы, проведенные к этим сторонам, взаимно перпендикулярны. Найдите длину третьей стороны.

Решение:

∆ΑΚC – прямоугольный, ΚΡ - медиана, проведенная из вершины прямого угла. Тогда по свойству медианы прямоугольного треугольника ΚΡ=x; ΑC=2x; BΡ=3x (медианы точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины).

По формуле медианы 4BΡ2=2ΑB2+2BC2-ΑC2

36x2=72+128-4x2 ;40x2=200

x=$\sqrt{5}$, то ΑC=2$\sqrt{5}$

Ответ: 2$\sqrt{5}$

1. ***Вывод формулы вычисления стороны треугольника, если известны все его медианы.***

Можно ли найти сторону треугольника, если известны все ее медианы? Выведем формулу для вычисления стороны треугольника по ее медианам. Для этого воспользуемся опять дополнительным построением.

Учащийся у доски выводит формулу.

Какое дополнительное построение будем проводить?

Какоймногоугольник получили и почему?

Какую теорему будем применять?

Применим следствие из теоремы косинусов для параллелограмма ΑОCD:

ОD2+ΑC2=2ΑО2+2CО2

Используя свойство медианы имеем:

($\frac{2}{3}m\_{b}$)2+b2=2($\frac{2}{3}m\_{a})^{2}+2(\frac{2}{3}m\_{b})^{2}$

$$b=\frac{2}{3}\sqrt{2m\_{a}^{2}+2m\_{c}^{2}-m\_{b}^{2}}$$

Учащиеся записывают аналогичные формулы для других сторон треугольника

$$c=\frac{2}{3}\sqrt{2m\_{a}^{2}+2m\_{b}^{2}-m\_{c}^{2}}$$

$$a=\frac{2}{3}\sqrt{2m\_{b}^{2}+2m\_{c}^{2}-m\_{a}^{2}}$$

Используя формулы, запишите решение задачисамостоятельно:

В треугольнике АВС сторона АС равна 20, а медианы, проведенные к другим сторонам равны 18 и 24 соответственно. Найдите третью медиану треугольника.

Решение:

$$AC=\frac{2}{3}\sqrt{2AE^{2}+2CF^{2}-BD^{2}}$$

$$20=\frac{2}{3}\sqrt{2∙324+2∙576-BD^{2}}$$

BD2=900; BD=30

Ответ: 30.

Метод дополнительного построения используется и при решении задач.

Найдите площадь остроугольного треугольника АВС, если известно, что $∠$ВАС = 45о, АВ=4$\sqrt{2}$, а медиана АМ=$\sqrt{29}$.

Решение:

Отложим отрезок MD=AMи достроим до параллелограммаABDC (ABDC параллелограмм по признаку.

$∠ABD$=135о,

$∆$ABD(по теореме косинусов):

AD2=AB2+BD2-2ABBD$∙\cos(135^{о})$

116=32+BD2+8BD

BD2+8BD-84=0

BD=6

BD=AC

S=$\frac{1}{2}∙6∙4\sqrt{2}∙\frac{1}{\sqrt{2}}$=12.

Ответ: 12.

1. ***Подведение итогов урока:***
* Какие новые формулы изучили на уроке?
* Какой метод применяли для доказательства теорем и решения задач?
1. ***Домашне***е ***задание:***
2. Найдите площадь треугольника, если две стороны его соответственно равны 3 и 4, а медиана проведенная к третьей стороне равна 2,5.
3. Найдите площадь остроугольного треугольника АВС, если известно, что АВ=6$\sqrt{2}$,$ ∠ВАС=45^{о}$, а медиана АМ=$\sqrt{58}$.
4. Докажите, что

$$\frac{m\_{а}^{2}+m\_{в}^{2}+m\_{с}^{2}}{а^{2}+в^{2}+с^{2}}=\frac{3}{4}$$

**Самоанализ урока.**

***Медиана треугольника.***

Урок проходил в 9Б классе. Лекционно – семинарское занятие с применением мультимедийных средств обучения. Урок формирования умений и навыков, применения теоремы косинусов, ее следствий при решении задач и доказательства теорем.

**Цели урока:**

*Образовательные:*

* *Совершенствовать навыки решения задач с использованием теоремы косинусов и ее следствий.*
* *Вывести формулу о медиане треугольника и показать ее применение при решении задач.*
* *Ознакомить учащихся с методом дополнительных построений (удвоение медианы) при выводе формул и при решении задач.*
* *Создать условия контроля (самоконтроля) усвоения знаний и умений.*

*Развивающие:*

* *Формирование и совершенствование умений обобщать путем сравнения, постановка и решение проблем, рассуждение по аналогии, оперирование уже знакомыми геометрическими понятиями и фактами.*
* *Развивать психологические характеристики личности учащихся: выдвижению гипотез, формированию проблем.*

*Воспитательные:*

* *Воспитывать культуру устной и письменной математической речи.*
* *Воспитывать умение слушать друг друга и учителя*

Это первый урок по данной теме. Ранее были отработаны решения задач на теорему косинусов.

В группе 14 человек. Группа сильная. Ребята в этом классе любознательные, старательные, трудолюбивые. Необходимость изучения темы вызвана тем, что использование формулы медианы упрощает решение многих задач, ребята знакомятся на уроке и с методом удвоения медианы, который могут в дальнейшем использовать при решении задач высокого уровня при сдаче итоговых экзаменов ОГЭ и ЕГЭ.

Поставленные цели достигнуты.

Все этапы урока учтены:

1. Организационный момент. Этап проверки домашнего задания.
2. Этап объяснения нового материала. Разобраны две формулы. Ребята сами проводили вывод второй формулы, используя аналогичные рассуждения. Материал отработан учащимися самостоятельно на простых задачах и показан более высокий уровень задач по данной теме.
3. В конце урока ребята сами подводили итоги урока, делали выводы. Домашнее задание прокомментировано.

При проведении урока использовались элементы развивающего обучения: при выводе формулы стороны треугольника через медианы учащимся задавались наводящие вопросы, а они сами проводили доказательство.

Контроль усвоения нового материала проводился систематически, через общение с учащимися, которые проявляли хорошую активность на уроке: отвечали на вопросы, помогали в решении задач, высказывали свои идеи при решении той или иной проблемы, возникшей в процессе решения задачи. На уроке было продолжено формирование у учащихся навыков работы в коллективе: умения высказывать свое мнение и выслушать мнение другого, навыков проведения обоснованного доказательства правильности и рациональности выбора пути решения задачи. Учащиеся показали хорошую активность на протяжении всего урока.

Презентация составлена так, чтобы текст слайда был кратким и понятным.

Этапы урока отображались на интерактивной доске. Контроль за усвоением знаний, умений и навыков, учащихся прослеживался на каждом этапе урока.

На уроке удалось реализовать все поставленные цели. Ребята разобрали вывод формулы медианы треугольника через стороны и стороны через медианы, совершенствовали свои навыки решения планиметрических задач. Качество проведения урока и достигнутых результатов удовлетворительное.

***При проведении урока использовались различные технологии:***

***Информационно-коммуникативные технологии***

*Создание презентаций к выступлениям.*

*Создание раздаточного материала.*

**Результат использования технологии/методики**

 *Качественное изменение содержания образования.*

*Информационная и коммуникативная компетентность учащихся.*

*Активизируется познавательная деятельность.*

*Развиваются творческое, наглядно-образное виды мышления*

***Здоровье сберегающие технологии***

*Нормативная дозировка учебной нагрузки.*

*Построение урока с учётом работоспособности учащихся.*

*Равномерное распределение нагрузки во время урока.*

 *Соблюдение гигиенических норм во время уроков, перемен.*

*Чередование различных видов мыслительной деятельности*

**Результат использования технологии/методики**

 *Благоприятный эмоциональный климат на уроке.*

***Развивающее обучение***

*Развитие у обучающихся критического мышления, опыта и инструментария учебно-исследовательской деятельности*

*Постановку преподавателем учебно-проблемной задачи,*

*Создание для учащихся проблемной ситуации;*

*Осознание, принятие и разрешение возникшей проблемы, в процессе которого учащиеся овладевают обобщенными способами приобретения новых знаний;*

*Применение данных способов для решения конкретных задач*

**Результат использования технологии/методики**

*Высокая самостоятельность учащихся.*

*Творческое овладение знаниями, умениями, навыками (ЗУН)*

*Формирование познавательного интереса и развитие мыслительных*

*способностей.*

*На уроке складывается ситуация успеха практически для каждого ребенка, понижаются стрессовые факторы во взаимодействии между учеником и учителем.*

***Педагогика сотрудничества***

*Обучающиеся высказывают свои идеи, мысли.*

*Применение данных способов для решения конкретных систем задач*

**Результат использования технологии/методики**

*- уверенности в своих действиях;*

*- отдельных качеств личности школьника, создание условий для расцвета природного дарований;*

*- памяти, логики и пространственного мышления;*

*- навыков индивидуального и коллективного самоанализа;*

*- чувства личности, ощущения внимание учителя лично к нему и вместе с тем толерантности.*