УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ   
СЕРГИЕВО-ПОСАДСКОГО МУНИЦИПАЛЬНОГО РАЙОНА

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**

**«ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ»**

141300, Московская обл., г. Сергиев Посад, ул. К. Маркса, д.3. Тел.\ факс: (496) 540-45-48

E-mail: sp1000@yandex.ru http://ФМЛ.РФ

Лицензия Министерства образования Московской обл.: 50 Л 01 № 0008037 от 10.08.2016 (регистрационный № 76157)

**Решение задач с параметром с использованием теорем о расположении корней квадратного трехчлена**

КОНСУЛЬТАЦИЯ

для учителей района

**Учитель: Гавриленко Г.Ю.**

2018 - 2019 учебный год

В средней общеобразовательной школе тема «Решение задач с параметром» не выделена отдельно. Поэтому на протяжении всего школьного курса математики надо отводить уроки для последовательного рассмотрения основных способов решений таких задач. Тогда в 11 классе учащимся легче будет подготовиться к сдаче ЕГЭ. Знакомство с заданиями по теме «Решение задач с параметром с использованием теорем о расположении корней квадратного трехчлена» отводиться в 8-9 классах. В 8 классе учащиеся учатся решать задания, связанные со знаком дискриминанта или с использованием теоремы Виета (из сборника задач и контрольных работ по алгебре для 8 и для 9 классов, А.Г. Мерзляк, В.Б.Полонский, Е.М.Рабинович, М.С.Якир) .

*При каких значениях a уравнение не имеет корней:*

1. x2+4x-a=0;
2. (a-1)x2+(2a-3)x+a=0;
3. (a-2)x2-2(a-3)x+a+1=0;
4. 2x2+(2a+12)x+a2+2a+26=0.

*Найти все значения a, при которых произведение корней уравнения*

,

*удовлетворяет условию* .

*Найти все значения a, при которых уравнение* (a-1)x2-2ax+3a=0 *имеет два различных корня, удовлетворяющих условию* .

*При каком значении параметра а уравнение* ах2-4х+а+3=0 *имеет корни, произведение которых не менее 1.*

*При каких значениях параметра а уравнение* (а-2)х2+(4-2а)х+3=0 *имеет корни разных знаков.*

В 9 классе ребята учатся решать следующие задачи по данной теме:

1. *При каких значениях a один из корней уравнения* x2+(a-6)x+a2-24=0 *больше 4, а другой – меньше 4?*
2. *При каких значениях a один из корней квадратного уравнения* x2-(3a+2)x+a2=0 *меньше 2, а другой – больше 4?*
3. *При каких значениях a корни квадратного уравнения* x2-6ax+9a2-2a+2=0 *больше, чем 3?*
4. *При каких значениях a корни квадратного уравнения* 4x2-(3a+1)x-a-2=0 *принадлежат промежутку* (-1;2)?

В 11 классе при подготовке к итоговой аттестации учащиеся решают следующие более сложные задания ( из заданий сайта Решу ЕГЭ):

1. *Найдите все значения параметра a при каждом из которых множество решений неравенства содержит отрезок .*
2. *Найдите все значения a, при котором уравнение имеет ровно два различных корня.*
3. *Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение имеет хотя бы одно решение.*
4. *Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение имеет хотя бы одно решение.*
5. *Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение*

*имеет хотя бы одно решение.*

При решении таких заданий необходимо не только владеть стандартными методами решения уравнений и неравенств на высоком уровне, но и уметь делать логические заключения, внимательность и аккуратность.

Чаще всего школьники решают такие задания с отысканием корней квадратного уравнения. Это длительная и трудоемкая работа, требующая внимания и больших затрат времени. Она утомляет, и учащиеся отказываются от решений таких заданий. Методы решения, основанные на использовании терем о расположении корней квадратного трехчлена, облегчают работу и громоздкие задания упрощаются.

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ БЛОК**

В каждом из предложенных случаев вывод необходимых и достаточных условий может быть осуществлен аналитически. Однако возможна и графическая интерпретация, которая позволяет достаточно просто вывести аналитические условия с использованием возможных для конкретного случая вариантов расположения графика соответствующего квадратного трехчлена.

Рассмотрим следующие задачи для квадратного трехчлена:

1. Не имеет корней;
2. Имеет единственный корень;
3. Имеет два корня, расположенных по разные стороны от числа d;
4. Имел два корня, между которыми лежит отрезок [d1;d2];
5. Имел два корня, каждый из которых больше числа d;
6. Имел два корня на отрезке [d1;d2];
7. Имел два корня, расположенный по одному на каждом из двух непересекающихся интервалов (d1;d2) и (d3;d4);
8. Не имел корней больших числа d;
9. Не имел корней на отрезке [d1;d2];
10. Имел хотя бы один корень больше числа d;
11. Имел хотя бы один корень на отрезке [d1;d2];
12. Имел ровно один корень больше числа d;
13. Имел ровно один корень на интервале (d1;d2).

Решение:

Необходимые и достаточные условия, задающие возможные случаи расположения корней квадратного трехчлена ах 2 + Ьх + с (с положительным старшим коэффициентом a).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Расположение корней квадратного трехчлена | Графическая интерпретация | Необходимые и достаточные условия |
| 1 | Не имеет корней |  | D0 |
| 2 | Имеет единственный корень |  | D=0 |
| 3 | Имел два корня, расположенные по разные стороны от числа d |  | f(d) < О. |
| 4 | Имел два корня, между которыми лежит отрезок [d1; d 2 ] |  |  |
| 5 | Имел два корня, каждый из которых больше числа d |  |  |
| 6 | Имел два корня на отрезке  [d1;d 2 ] ; |  |  |
| 7 | Имел два корня, расположенных по одному на каждом из двух непересекающихся интервалов (d1; d2) и  (d з ; d 4 ) ; |  |  |
| 8 | Не имел корней, больших числа d ; |  |  |
| 9 | Не имел корней на отрезке  [d1; d 2 ] ; |  |  |
| 10 | Имел хотя бы один корень, больший числа d ; |  |  |
| 11 | Имел хотя бы один корень на отрезке  [d1; d 2 ] ; |  |  |
| 12 | Имел ровно один корень, больший числа d ; |  |  |
| 13 | Имел ровно один корень на интервале (d1; d 2 ) . |  |  |

Нет необходимости запоминать все приведенные выше варианты. Главное при записи необходимых и достаточных условий уметь пользоваться графическим представлением задачи.

После объяснения теоретического материала необходимо на примерах разобрать несколько задач.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Задание | График | Условие |
| 1 | Уравнение x2-2(a-1)x+a+5=0 имеет только положительные корни |  | f(0)=a+5>0;  D=4(a-1)2-4(a+5>0;  XB=a-1>0 |
| 2 | Найдите все значения a, при котором уравнение не имеет положительных корней  2x2-3ax+2-a=0 |  | D<0 или  f(0)>0  XB<0 |
| 3 | Уравнение (2+a)x2-2ax+3a=0 имеет два положительных корня |  | (a+2)f(0)>0  (a+2)f(XB)<0  XB>0 |
| 4 | Уравнение (a-2)x2-2ax+3+a=0 имеет корни принадлежащие интервалу (1;3) |  | a=2 или  (a-2)f(XB)0  1<XB<3  (a-2)f(1)>0  (a-2)f(3)>0 |

Для запоминания материала учащимся можно предложить составить условия для решения следующей задачи: «Найдите все значения параметра a, при которых уравнение x2-x+a=0»

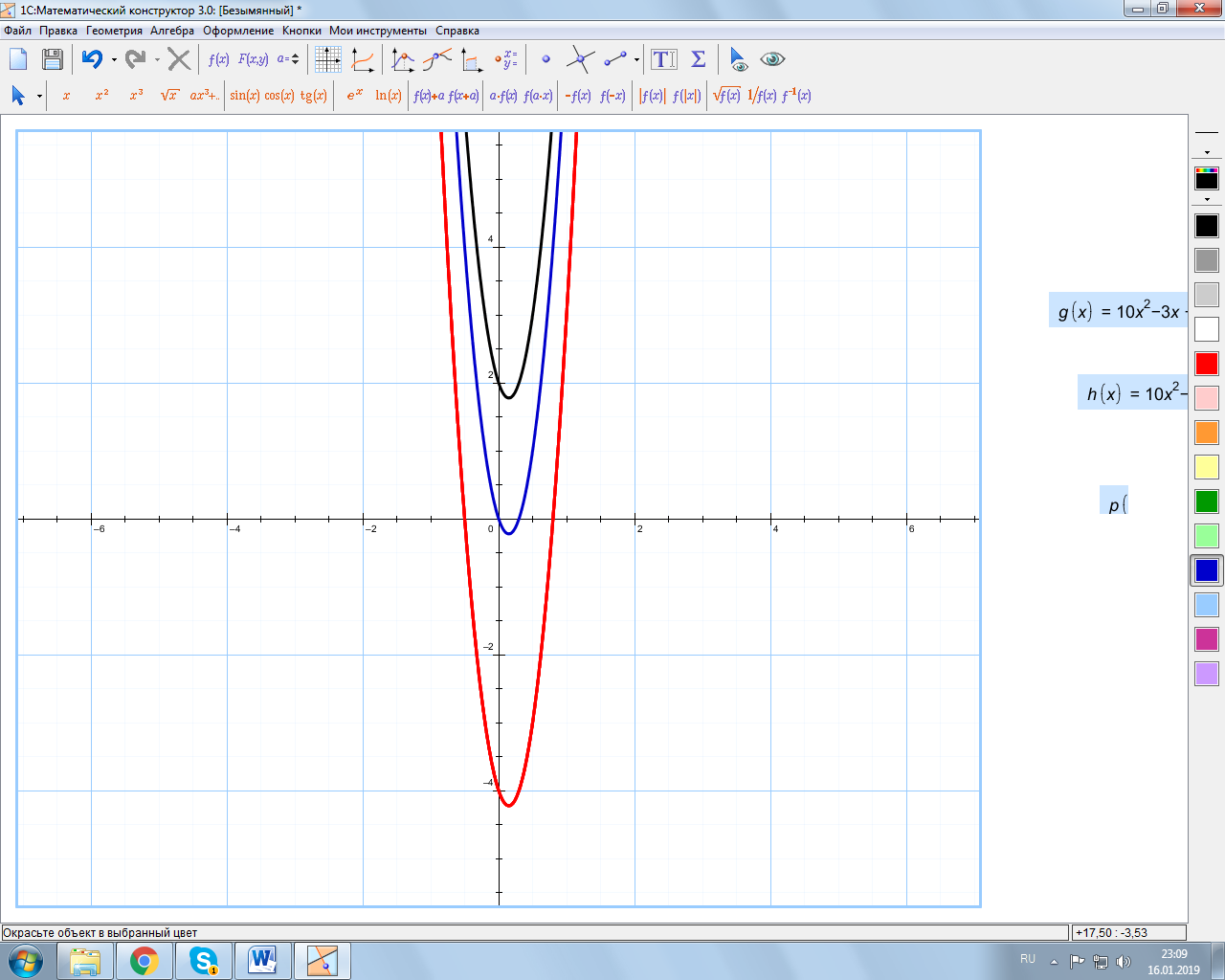
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Задание | График | Условие |
| 1 | Не имеет корней |  | D0 |
| 2 | Не имеет корней на отрезке  [-2; 1 ] |  | D0 или |
| 3 | Имеет два различный корня на отрезке [-2; 1 ] |  |  |
| 4 | Имеет хотя бы один корень на отрезке [-2; 1 ] |  | f(-2)f(1) 0 или |
| 5 | Имеет ровно один корень на отрезке [-2; 1 ] |  | f(-2)f(1) 0 или  D=0 или  f(-2)=0 |
| 6 | Не имеет корней, меньше -2 |  | f(-2) |
| 7 | Имеет корни больше 4 |  | f(4)<0 |

Теперь можно приступить к решению задач высокого уровня:

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

Решение:

Уравнение не имеет решение либо имеет единственное решение, удовлетворяющее промежуткам

При уравнение не имеет решений или имеет единственное решение при данных x (a6).

При уравнение имеет единственное решение при данных x (a).

При любом значении a уравнение либо не имеет решений на указанном промежутке, либо имеет единственное решение.

Уравнение имеет единственное решение, если .

Значит, исходное уравнение будет иметь единственное решение или не иметь решений при a.

Ответ: