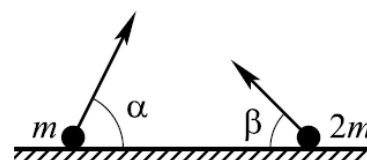


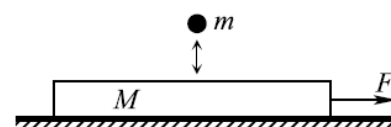
МЕХАНИКА. ДИНАМИКА. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ.

Импульс

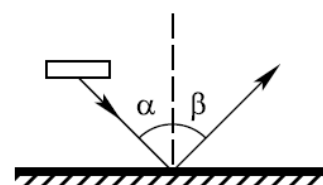
1. С горизонтальной поверхности земли бросили под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $V = 12$ м/с комок сырой глины. Одновременно комок вдвое большей массы бросили с поверхности земли под углом $\beta = 30^\circ$ к горизонту, причём начальные скорости комков оказались лежащими в одной вертикальной плоскости. В результате столкновения комки слиплись. Найти скорость (по модулю) упавшего на землю слипшегося комка.



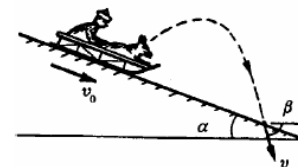
2. На пластинке массы $M=11,5$ кг, движущейся по поверхности шероховатой плоскости под действием силы $F=30$ Н, вертикально прыгает шарик, упруго ударяясь о пластину. Найти массу шарика m , при которой средняя скорость движения пластины постоянна. Коэффициент трения между пластиной и плоскостью $\mu=0,25$. Время удара шарика о пластину мало.



3. Шайба ударяется о горизонтальную поверхность льда под углом $\alpha=45^\circ$ и отскакивает под тем же углом. Коэффициент трения скольжения шайбы о лёд $\mu=0,04$. Найдите потери кинетической энергии шайбы при ударе. Действием силы тяжести за время соударения пренебречь. Движение шайбы считать поступательным.



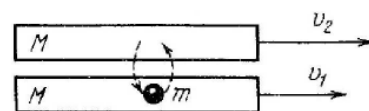
4. Сани с седоком и собакой общей массой M съезжают с постоянной скоростью V_0 с горы, имеющей уклон α ($\cos\alpha = 6/7$). Собака массой m спрыгивает с саней по ходу их движения и приземляется, имея скорость V , направленную под углом β ($\cos\beta = 3/7$) к горизонту. Сани после этого продолжают двигаться по горе вниз. Найти скорость саней с седоком после прыжка собаки.



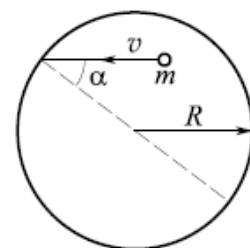
5. Мальчик массой m съезжает на санках массой M с постоянной скоростью M с горы, имеющей уклон α ($\cos\alpha = 8/9$). Другой мальчик такой же массы m бежит за санками и запрыгивает в них, имея в начале прыжка скорость, направленную под углом γ ($\cos\gamma = 7/9$) к горизонту. В результате этого санки с мальчиками движутся по горе со скоростью V_2 . Найти скорость прыгнувшего мальчика в начале прыжка.



6. Две тележки массы M каждая движутся параллельно с начальными скоростями V_1 и V_2 . Груз массы m , сначала лежавший на первой тележке, с почти нулевой скоростью относительно этой тележки перебрасывают на вторую тележку. Затем с почти нулевой скоростью уже относительно второй тележки его перебрасывают обратно на первую. Какой станет разность скоростей тележек после N таких перебросов груза туда и обратно? Попробуйте качественно объяснить вязкое трение, возникающее при проскальзывании слоёв газа относительно друг друга. (2.2.34)



7. Внутри сферы радиуса R со скоростью V движется частица массы t , упруго ударяясь о её стенки. Скорость частицы образует угол α с радиусом, проведённым в точку удара. Какова по модулю средняя сила, действующая со стороны стенок сферы на частицу? Какова средняя сила, действующая на единицу площади сферы, если в единице объёма содержится n таких частиц? Частицы между собой не сталкиваются. (2.2.33)



8. (*Спутники-1*) Искусственный спутник Луны массой $M=8$ кг движется вблизи её поверхности по круговой орбите. Метеорит массой $m=0,1$ г, летящий со скоростью $v=40$ км/с, перпендикулярной скорости спутника, попадает в спутник и застревает в нём. На какой угол повернётся из-за этого вектор скорости спутника? Радиус Луны $R=1740$ км. Ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле.

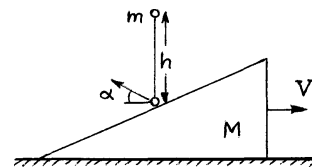
9. (*Спутники-2*) Космический аппарат массы $M=40$ кг движется по круговой орбите радиуса $R=6800$ км вокруг Марса. В аппарат попадает и застревает в нём метеорит, летевший со скоростью $v=50$ км/с перпендикулярно направлению движения аппарата. При какой массе метеорита отклонение в направлении движения аппарата не превысит угол $\alpha=10^{-4}$ рад? Масса Марса $M_0=6,4 \cdot 10^{23}$ кг.

10. (*Про рыбаков и лодку-1*) Лодка неподвижно стоит на озере. На корме и на носу на расстоянии l друг от друга сидят рыболовы. Масса лодки M , массы рыболовов m_1 и m_2 . Рыболовы меняются местами. На сколько переместится при этом лодка? Сопротивлением воды пренебречь.

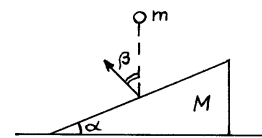
11. (*Про рыбака и лодку-2*) Человек массой m прыгает с горизонтальной скоростью V_0 на корму лодки массой M и останавливается там же. На какое расстояние передвинется лодка относительно дна к моменту прекращения её движения, если сила сопротивления воды пропорциональна скорости лодки?

12. (*Про рыбака и лодку-3*) Человек массой m находится на корме лодки, находящейся в озере. Длина лодки l и масса её M . Человек переходит на нос лодки. На какое расстояние человек и лодка передвинется относительно дна к моменту прекращения их движения, если сила сопротивления воды пропорциональна скорости лодки?

13. (**Клин-1**) На покоящийся на гладком горизонтальном столе клин массой M с высоты h падает шарик массой m и отскакивает под углом α к горизонту. Найти скорость клина V после удара. Соударение между шариком и клином считать абсолютно упругим, трение между клином и столом не учитывать.

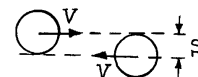


14. (**Клин-2**) На горизонтальном столе покоится клин массой M . Сверху на клин падает шарик массой m . Определить угол при основании клина α , если известно, что после упругого удара о клин шарик отскочил под углом β к вертикали. Трением пренебречь.



15. (**Центральное упругое столкновение**) Оцените величину максимальной силы воздействия теннисного мяча на стенку? Масса мяча $m = 400$ г, диаметр $d = 30$ см; скорость мяча $v_0 = 15$ м/с. Избыточное давление внутри мяча 1 атм.

16. (**Нецентральное упругое столкновение шаров-1**) Два одинаковых шара радиусами R летят навстречу друг другу с одинаковыми скоростями как показано на рисунке. Расстояние между линиями движения центров шаров $S = R$. На какой угол повернется вектор скорости каждого из шаров после удара? Удар считать упругим, шары – идеально гладкими.



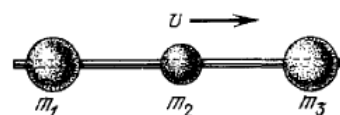
17. (**Нецентральное упругое столкновение шаров-2**). Два шарика с массами m и $M = 4m$ движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. После упругого столкновения тяжёлый шарик отклоняется на максимально возможный угол при таком столкновении. Найти этот угол.

18. (**Нецентральное упругое столкновение шаров-3**). Две частицы с массами m и M ($M > m$) движутся навстречу друг другу вдоль одной прямой с одинаковыми скоростями. После упругого столкновения тяжёлая частица отклоняется от своего первоначального направления движения на угол $\alpha = 30^\circ$ в лабораторной системе или на угол $\beta = 60^\circ$ в СЦМ. Найти отношение M/m .

19. Электрон может ионизовать покоящийся атом водорода, обладая энергией, не меньшей 13,6 эВ. Какой минимальной энергией должен обладать протон, чтобы ионизовать также покоящийся атом водорода? Масса протона $m_p = 1836 \cdot m_e$, где m_e — масса электрона.

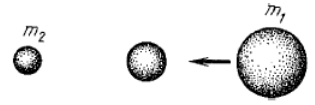
20. На неподвижный шар налетает со скоростью u шар, масса которого в k раз больше массы неподвижного шара. Найдите отношение скорости шаров после центрального упругого удара к скорости u . Постройте графики зависимостей этих отношений от числа k .

21. Бусинки массы m_1, m_2, m_3 могут скользить вдоль горизонтальной спицы без трения, причём $m_1 \gg m_2, m_3 \gg m_2$. Определите максимальные скорости крайних бусинок,

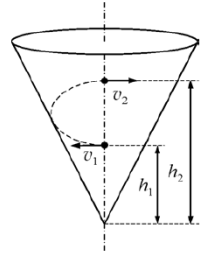


если вначале они покоились, а средняя бусинка имела скорость v . Удары упругие.

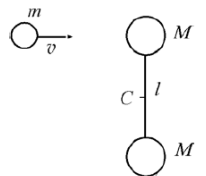
22. Между неподвижным шаром массы m_1 и налетающим на него шаром массы m_2 находится неподвижный шар. Какова масса промежуточного шара, при которой шар массы m_2 приобретает после соударения наибольшую скорость? Все удары центральные и упругие.



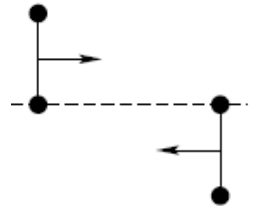
23. Небольшую шайбу поместили на внутреннюю гладкую поверхность неподвижного круглого конуса на высоте h_1 от его вершины и сообщили ей в горизонтальном направлении по касательной к поверхности конуса скорость V_1 . На какую максимальную высоту h_2 от вершины конуса поднимется шайба?



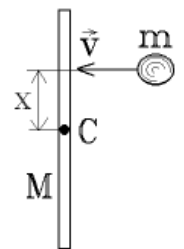
24. Шарик массой m налетает со скоростью V на гантель, состоящую из двух шаров массами M , соединённых невесомым стержнем длиной l . Скорость шарика перпендикулярна стержню, удар центральный и упругий. Пренебрегая размерами шаров, найти скорости шарика и центра масс гантели, а также угловую скорость гантели после удара.



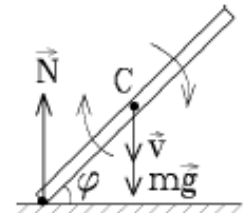
25. Две одинаковые гантельки летят навстречу друг другу. Как они будут двигаться после столкновения? Считать, что размеры шариков, укрепленных на концах гантелек, малы по сравнению с размерами гантелек. Столкновения шариков абсолютно упруги.



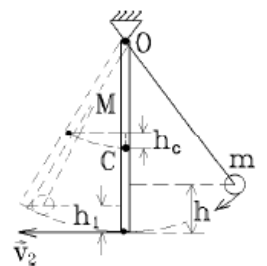
26. На идеально гладкой горизонтальной поверхности лежит стержень длины l и массы M , который может скользить по этой поверхности без трения. В одну из точек стержня упруго ударяется шарик массы m , движущийся перпендикулярно стержню. 1) На каком расстоянии x от середины стержня должен произойти удар, чтобы шарик передал всю свою кинетическую энергию стержню? 2) При каком соотношении масс M и m это возможно?



27. Тонкий стержень падает, не вращаясь в положении, наклонённом к горизонту под углом φ , и упруго ударяется одним концом о массивную горизонтальную плиту. Найти угол φ , если сразу после удара вся кинетическая энергия поступательного движения переходит в кинетическую энергию вращательного движения стержня вокруг оси, проходящей через его центр масс.

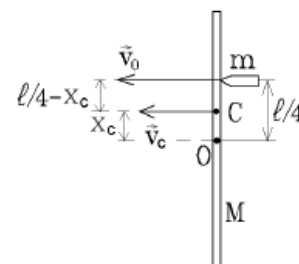


28. Математический маятник массы m и тонкий стержень массы M подвешены в одной и той же точке O , около которой они могут свободно колебаться. Длина нити маятника равна длине стержня. Шарик маятника отклоняют в сторону так, что он приподнимается



на высоту h относительно своего нижнего положения, и отпускают без начальной скорости. В нижней точке он неупруго сталкивается со стержнем. 1) Как будет двигаться шарик и нижний конец стержня после удара? 2) На какие высоты они поднимутся?

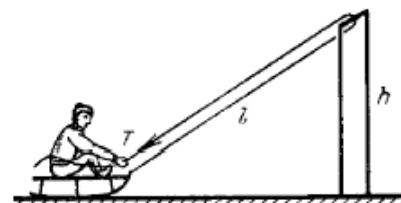
29. В доску массы M , лежащую на гладком горизонтальном столе, попадает пуля массы m , летевшая перпендикулярно доске со скоростью V_0 и застревает в ней. Найти количество механической энергии, перешедшей в тепло Q , если точка попадания пули находится на расстоянии $l/4$ от центра доски (l – длина доски). Шириной доски пренебречь.



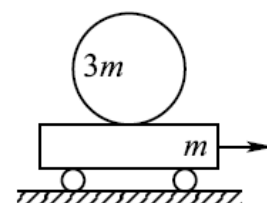
Работа силы

1. Тело массы m падает с некоторой высоты с начальной нулевой скоростью. Найти работу сил сопротивления воздуха за всё время полёта. Считать, что сила сопротивления воздуха зависит от скорости как $\vec{F} = -\alpha\vec{V}$.
2. Тело массы m бросают под углом β к горизонту. Найти работу сил сопротивления воздуха к моменту достижения телом наивысшей точки траектории полёта. Ускорение свободного падения g

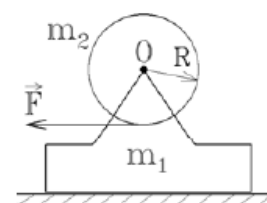
3. Верёвка привязана к санкам и переброшена через перекладину ворот высоты h . Мальчик, сидящий на санках, начинает выбирать верёвку, натягивая её с силой T . Какую скорость он приобретёт, проезжая под перекладиной? Начальная длина натянутой части верёвки $2l$, масса мальчика с санками m . Трением пренебречь.



4. На гладком горизонтальном столе находится тележка массы m , на ней вертикально стоит велосипедное колесо массы $3m$. Коэффициент трения между колесом и тележкой μ . К тележке прикладывают постоянную по величине горизонтальную силу, направленную параллельно плоскости колеса. При какой максимальной величине этой силы F колесо сможет двигаться без проскальзывания относительно тележки? Считать, что вся масса колеса сосредоточена на ободе.



5. По гладкой горизонтальной поверхности без трения может перемещаться тело массы m_1 . На нём, как показано на рисунке, укреплен шкив массы m_2 , представляющий собой сплошной цилиндр, который может без трения вращаться вокруг

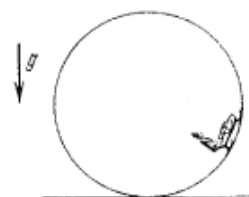


горизонтальной оси O . На цилиндр плотно намотана невесомая нить, которую в момент времени $t=0$ начали тянуть с постоянной силой F . Найти работу этой силы за время t от начала движения.

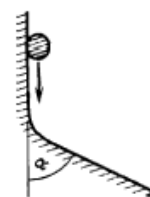
6. Частица массы m влетает в область, где на неё действует тормозящая сила, зависящая только от расстояния между частицей и границей области. Найдите эту зависимость, если глубина проникновения частицы в область торможения пропорциональна её начальному импульсу: $l = \alpha p$.

7. Собака массы m привязана поводком длины l , к саням массы $M > m$. В начальный момент собака находится рядом с санями. На какое наибольшее расстояние собака может сдвинуть сани за один рывок, если коэффициенты трения лап собаки и полозьев саней о горизонтальную поверхность одинаковы?

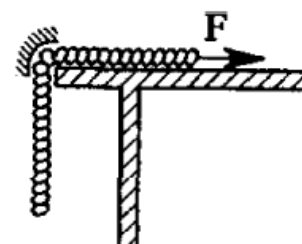
8. Какова работа силы трения за один оборот аэросаней, движущихся по вертикальной круговой дорожке? Скорость саней постоянна и равна V , масса саней m , коэффициент трения μ .



9. Тело скользит по плоской поверхности, плавно переходящей в другую плоскую поверхность, расположенную под углом α к первой. Коэффициент трения μ . Определите кинетическую энергию в конце участка сопряжения поверхностей, если в начале она равна K_0 .

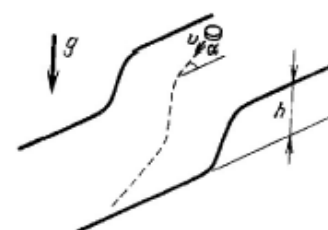


10. Однородный гибкий канат длиной $L = 1$ м и массой $m = 1$ кг удерживают в покое за верхний конец так, что $1/3$ каната находится на столе, а $2/3$ свисает. В некоторый момент канат перестают удерживать и начинают втаскивать на стол, прикладывая силу $F = 8$ Н вдоль горизонтальной поверхности стола перпендикулярно кромке стола. Трением каната о стол и направляющий желоб пренебречь. 1) Найти ускорение каната в начальный момент его движения. 2) Найти скорость каната в момент, когда он полностью окажется на столе.

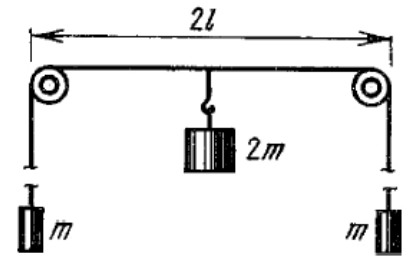


Консервативные системы

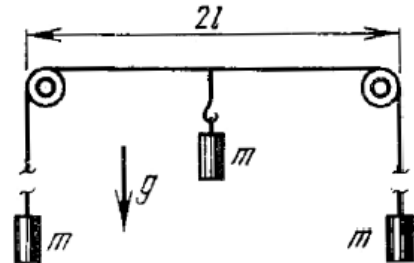
1. Горизонтальные поверхности, отстоящие друг от друга по высоте на h , плавно соединяются. По верхней поверхности движется тело со скоростью V , составляющей угол α с нормалью к линии сопряжения. Найдите угол между скоростью тела на нижней поверхности плоскости и нормалью к линии сопряжения. Трением пренебречь.



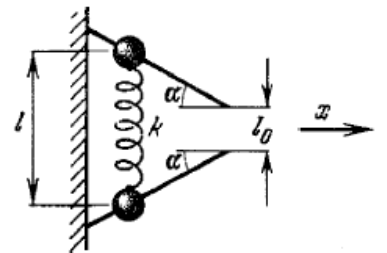
2. На концах длинной нити подвешены грузы массы m каждый. Нить перекинута через два маленьких блока, расположенных на расстоянии $2l$ друг от друга. К ней посередине между блоками прикрепляют груз массы $2m$, и система приходит в движение. Найдите скорость грузов по истечении достаточно большого промежутка времени.



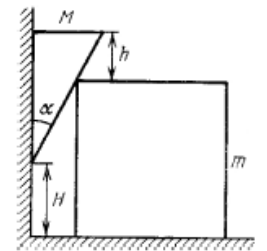
3. Систему, изображённую на рисунке, приводит в движение центральный груз массы m . Определите максимальное удаление груза от его начального положения.



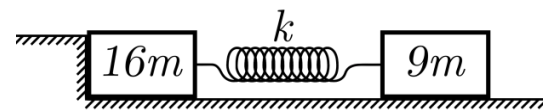
4. Две бусинки массы m каждая, связанные друг с другом пружиной жёсткости k , удерживают на гладких жёстко закреплённых в стене стержнях. Пружина растянута, и её длина равна l . Расстояние между свободными концами стержней равно длине недеформированной пружины. Бусинки отпускают. С какой скоростью будет двигаться пружина в направлении x после того, как бусинки соскочат со стержня? Какой будет наибольшая деформация сжатия пружины? (2.4.16)



5. Клин массы M с углом α при вершине плотно прилегает к вертикальной стенке и опирается на брусок массы m , находящийся на горизонтальной плоскости. Вершина клина находится на высоте H над этой плоскостью, а торец клина на высоте $h < H$ над верхней поверхностью бруска. Систему сначала удерживают в этом положении, а затем тела отпускают. Найдите их скорость в момент удара клина о горизонтальную плоскость. Трением пренебречь. (2.4.11)

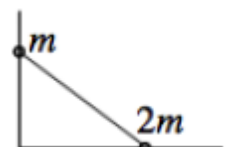


6. На гладкой горизонтальной поверхности стола находятся бруски массами $16m=3,2$ кг и $9m$, к которым прикреплен лёгкая упругая пружина жёсткостью $k=80$ Н/м, сжатая на величину $\Delta x_0=15$ см.



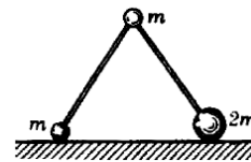
Брусок массой $9m$ удерживают неподвижно, другой брусок прижат к упору. Затем брусок массой $9m$ отпускают. 1) Какова скорость бруска массой $9m$ в момент отрыва другого бруска от упора? Ответ выразить в м/с, округлив до целых. 2) Какова максимальная деформация пружины при максимальном расстоянии между брусками в процессе их движения после отрыва от упора? Ответ выразить в см, округлив до целых.

7. Стержень согнули под углом 90° и расположили так, что одна из сторон получившегося угла вертикальна, а вторая горизонтальна. На каждую сторону угла надели маленькие массивные бусинки

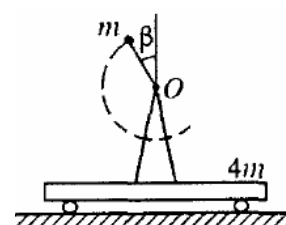


массами m и $2m$ и соединили их невесомым стержнем длиной l . В начальный момент стержень вертикален. Затем от малого толчка он приходит в движение, и бусинки скользят по сторонам угла. Найти максимальную скорость нижней бусинки в процессе движения.

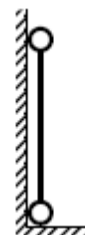
8. Два жёстких невесомых стержня длиной l каждый скреплены концами в шарнире массой m . На концах стержней укреплены шарики, массы которых m и $2m$. Конструкция поставлена на стол вертикально шарниром вверх и начинает разъезжаться от малого толчка так, что стержни всё время остаются в вертикальной плоскости. Трения нет. 1) Найдите скорость шарнира перед ударом о стол. 2) Найдите скорость шарика массой $2m$ в тот момент, когда угол между стержнями равен 90° .



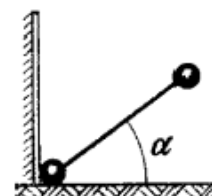
9. Тележка может двигаться прямолинейно поступательно без трения по горизонтальной поверхности стола. К тележке прикреплена горизонтальная ось O , перпендикулярная возможному направлению движения тележки. Вокруг осп O , в плоскости, перпендикулярной ей, может вращаться без трения на стержне длиной L небольшой по размерам шарик массой m . Масса тележки, оси O и её крепления $4m$. Массами стержня и колёс тележки пренебречь. Вначале тележка покоилась, а стержень удерживался под углом $\beta = 30^\circ$ к вертикали. Затем стержень отпустили. 1) Найти скорость тележки при прохождении шариком нижней точки своей траектории. 2) Найти амплитуду колебаний тележки, т.е. половину расстояния между наиболее удалёнными друг от друга положениями тележки.



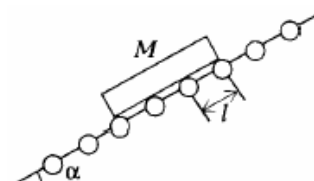
10. Гантель длины l вертикально стоит в углу, образованном гладкими плоскостями. Нижний шарик гантели смещают горизонтально на очень маленькое расстояние, и гантель начинает двигаться. Найти скорость нижнего шарика в тот момент, когда верхний шарик оторвётся от вертикальной плоскости.



11. Определите силу, действующую на вертикальную стенку со стороны падающей гантели, когда ось гантели составляет угол α с горизонтом. Гантель начинает движение из вертикального положения без начальной скорости. Масса каждого шарика гантели m . (2.3.30)

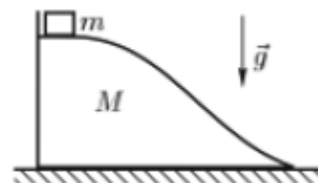


12. Тяжёлый ящик массой M скатывается по роликам, образующим наклонную плоскость. Расстояние между роликами l , их радиусы r и массы m . Угол наклона плоскости к горизонту α . Найдите скорость движения ящика, если известно, что она постоянна. Считать, что ролики полые и толщина их стенок $d \ll r$.



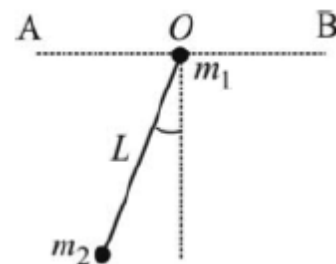
13. (МФО, 2012, 11) На лёгкой короткой нити к ветке сосны подвешена гирька массой $m=1$ кг. К ней привязана другая нить с длиной в недеформированном состоянии $L=1$ м и жёсткостью $k=1$ кН/м, на конце которой висит ещё одна гирька массой $m=1$ кг. Система находилась в равновесии до момента, когда верхнюю нить перебил дятел. Гирьки упали на землю одновременно. Каково расстояние H от ветки до земли? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с². **Ответ:** $H = \frac{L}{2} \left(1 + \frac{kL}{2mg} \right)$

14. (Всеросс., 2010, регион, 11) Слева направо по гладкой плоскости скользит тяжёлая горка массы M , на вершине которой покоится лёгкий груз массы m . Кинетическая энергия K_1 груза в четыре раза меньше его потенциальной энергии Π . Груз съезжает с горки без трения. Найдите его кинетическую энергию K_2 , когда он окажется на плоскости. Считайте, что $\Pi=1$ Дж, а $M \gg m$.



Ответ: $K_2 = \frac{9}{4} \Pi$.

15. (МФО, 2013, 10) Два маленьких шарика 1 и 2, масса каждого из которых m , соединены невесомым стержнем длиной L . Первый шарик шарнирно закреплён в точке O , а второй шарик совершает колебания в вертикальной плоскости. В один из моментов, когда стержень был вертикален, верхний шарик освободили из крепления. Когда угол между стержнем и вертикалью оказался равным $\beta > 0$, шарик 2 приблизился к прямой AB на минимальное расстояние. С какой скоростью двигался шарик 2 в момент освобождения шарика 1? Сопротивлением воздуха пренебречь. **Ответ:**

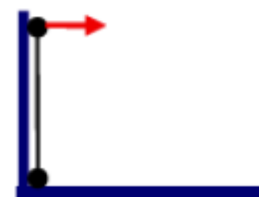


$$v = \sqrt{2gL \frac{\beta}{\sin \beta}}$$

16. (МФО, 2013, 11) Гантель, состоящая из двух шариков массами m и $2m$ и лёгкого стержня длиной L , поставлена на гладкую горизонтальную поверхность более массивным шариком вниз. После небольшого толчка нижний шарик гантели начинает двигаться по горизонтальной поверхности, а верхний – двигаться в пространстве. Найдите модули скоростей V_1 и V_2 шариков в зависимости от синуса угла наклона β гантели к горизонту. Ускорение свободного падения g . **Ответ:**

$$v_1 = \sqrt{2gL \frac{(1 - \sin \beta)(9 - 5 \sin^2 \beta)}{9 - 3 \sin^2 \beta}}, \quad v_2 = \sqrt{2gL \frac{(1 - \sin \beta) \sin^2 \beta}{9 - 3 \sin^2 \beta}}$$

17. («Покори Воробьевы горы!», 2015, 10-11) Гантель из двух массивных одинаковых шариков и лёгкого жесткого стержня поставлена вертикально в гладкий угол между вертикальной стеной и горизонтальным полом. Верхний шарик подталкивают от стены, сообщая ему скорость V_0 (но не сообщая скорости ни жному шарик).



Каким будет угол наклона стержня к вертикали в тот момент, когда сила давления нижнего шарика на стенку будет максимальна? Длина стержня L , ускорение свободного падения g .

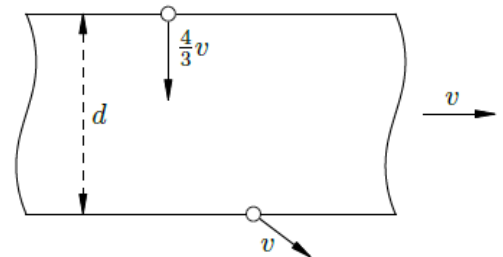
$$\varphi = \arccos\left(\frac{v_0^2 + 2gL + \sqrt{v_0^4 + 4v_0^2gL + 76g^2L^2}}{12gL}\right) \text{ при } v_0 < \sqrt{gL}; \text{ если } v_0 \geq \sqrt{gL}, \text{ то } N = 0$$

Ответ:

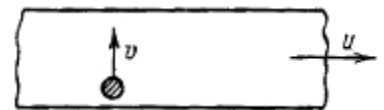
Неконсервативные системы

1. Брусок, двигавшийся по горизонтальной поверхности стола со скоростью v_0 , сталкивается с неподвижным бруском вдвое большей массы. На какое расстояние разъедутся бруски после столкновения? Удар упругий, центральный. Коэффициенты трения брусков о стол одинаковы и равны μ .

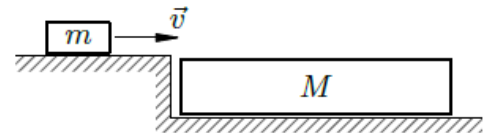
2. На горизонтальной поверхности стола протягивают с постоянной скоростью V тонкую ленту шириной d . На ленту въезжает скользящая по столу монета, имея скорость $4V/3$, направленную перпендикулярно к краю ленты. Монета скользит по ленте и покидает её со скоростью V (относительно стола) под неравным нулю углом к краю ленты. Найти коэффициент трения скольжения между лентой и монетой.



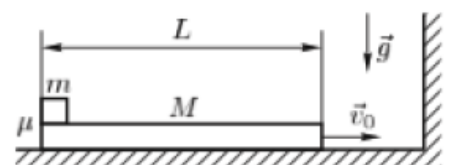
3. Лента транспортёра, движется горизонтально со скоростью U . На ленту по касательной к ней летит тело, скорость которого перпендикулярна направлению движения ленты и в момент попадания тела на неё равна v . Тело скользит по ленте и затем останавливается. Найдите работу силы трения, приложенной к телу со стороны ленты и к ленте со стороны тела. (2.4.4)



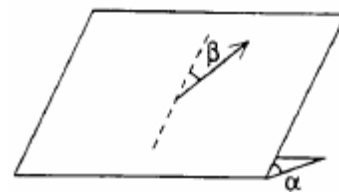
4. На горизонтальной гладкой поверхности стола покоится доска массой M . На доску со скоростью V въезжает шайба массой m . Какой должна быть длина доски, чтобы шайба не соскользнула с неё? Коэффициент трения скольжения между шайбой и доской равен μ , размер шайбы мал по сравнению с длиной доски.



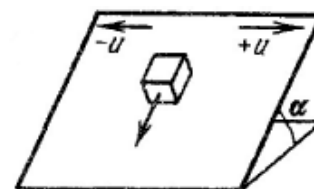
5. Доска массы M и длиной L скользит с некоторой скоростью V_0 по гладкой горизонтальной поверхности. На левом краю доски лежит кубик массы m . Коэффициент трения скольжения равен μ . Доска испытывает абсолютно упругий удар о вертикальную стенку. При какой максимальной скорости доски $V_0 = V_{\max}$ кубик с неё не упадёт? Размерами кубика по сравнению с L пренебречь. В процессе всего движения кубик не опрокидывается.



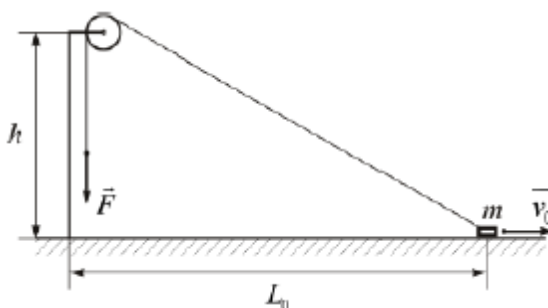
6. Вдоль наклонной плоскости под углом β к направлению спуска бросают кубик с начальной скоростью V_0 . Найдите установившуюся скорость движения кубика, если коэффициент его трения о плоскость $\mu = \text{tg}\alpha$, где α – угол наклона плоскости к горизонту.



7. Определите установившуюся скорость тела, находящегося на наклонной плоскости, которая с большой частотой меняет одно направление своей скорости u на противоположное. Направление движения плоскости показано на рисунке. Коэффициент трения μ , угол наклона плоскости α ($\text{tg}\alpha < \mu$).



8. («Курчатов», 2016, 11) Маленький брусок массой m находится на гладкой горизонтальной поверхности на расстоянии L_0 от вертикального столба, на котором на высоте h на коротком держателе закреплён маленький невесомый блок с неподвижной горизонтальной осью. Лёгкая нерастяжимая длинная нить одним концом прикреплена к бруску, перекинута через блок и натянута с постоянной силой $F > mg$. Трения в оси блока нет. В начальный момент блок скользит по поверхности и имеет скорость V_0 , направленную от столба. Какой будет скорость бруска в тот момент, когда брусок перестанет давить на поверхность?

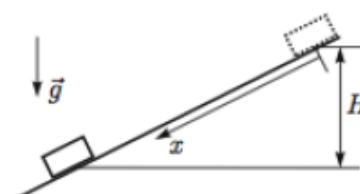


$$L_1 = \sqrt{\left(\frac{m v_0^2}{2F} + \sqrt{L_0^2 + h^2}\right)^2 - h^2}$$

Ответ:

9. (Всеросс., 2015, регион, 11) На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска длиной L и массой M . На краю доски покоится небольшой брусок. На брусок начинает действовать постоянная горизонтальная сила, так что он движется вдоль доски с ускорением, которое больше ускорения доски. Найдите ускорение, с которым двигалась доска, если за время движения по ней бруска выделилось количество теплоты Q . Ответ: $a = \frac{Q}{ML}$.

10. (Всеросс., 2014, регион, 10) Небольшой груз соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости. Известно, что коэффициент трения между грузом и плоскостью меняется по закону $\mu(x) = \alpha x$, где x –



расстояние вдоль плоскости от начального положения груза. Опустившись на высоту H по вертикали, груз останавливается. Найдите максимальную скорость

$$v = \sqrt{\frac{gH}{2}}$$

груза в процессе движения. **Ответ:**

11. («Росатом», 2013, 11) (Л. Эйлер, статья «Об ударе пули при стрельбе по доске», 1771г.) В центр квадратной свободно висящей доски попадает пуля. Пуля пробивает доску насквозь, если её скорость до удара больше V_0 . С какой скоростью будет двигаться доска, если скорость пули до удара $2V_0$? Масса пули m , масса доски M , силу сопротивления считать не зависящей от скорости. . **Ответ:** $U = \frac{mV_0}{m + M}(2 - \sqrt{3})$